

7. Komplex függvénytan gyakorlat, 2021. november 03.

III. matematikus, 2021 ősz.

7.1. Fejtsük Laurent sorba az $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z+2)}$ függvényt az $0 < |z| < 1$, $2 < |z|$ tartományokon.

7.2. Hol vannak az alábbi függvényeknek izolált szingularitásai, mi a szingularitás típusa, mennyi a reziduum?

$$\frac{1}{z}; \quad \frac{1}{z^2}; \quad \frac{1}{z^2 + 1}; \quad \frac{1}{\sin z}; \quad \sin \frac{1}{z}; \quad \frac{\cos z}{1 - e^z}; \quad \frac{1}{\sin \frac{1}{z}}$$

Házi feladatok

7.3. Fejtsük Laurent sorba az $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z+2)}$ függvényt az $1 < |z| < 2$ tartományon. Számítsuk ki az együtthatókat az együtthatóformulából is.

7.4. Az f holomorf függvény akárhányszor integrálható a $1 < |z| < 2$ körgyűrűn. Igazoljuk, hogy ekkor f analitikusan kifelét is kifejezhető a teljes $|z| < 2$ körlapra.

7.5. Az f függvény egyik Laurent sora

$$\cdots + \frac{1}{z^n} + \frac{1}{z^{n-1}} + \cdots + \frac{1}{z} + \frac{z}{2^2} + \frac{z^2}{2^3} + \cdots + \frac{z^n}{2^{n+1}} + \cdots$$

Milyen típusú f 0-beli szingularitása?