

VIZSGATEMATIKA
Komplex Függvénytan
2018 ősz

A vizsga szóbeli. A vizsgán mindenki két tételt húz, a lenti listából. Aki a komplex függvénytan kiegészítése c. tárgyat is felvette, az ebből a tárgyból is húz 1 db tételt. Erre a kiegészítésre külön jegyet adok, azonban csak az vizsgázhat a kiegészítésből, akinek már sikerült az alap komplex függvénytanból levizsgáznia.

1. Komplex deriválás

(A derivált definíciója, ekvivalens jellemzése, Cauchy-Riemann egyenletek, deriválási szabályok, az inverz deriváltja)

2. Hatványsorok

(Komplex tagú sorok konvergenciája, Abel lemma, konvergenciasugár, hatványsorok holomorfítása)

3. Elemi függvények

(Trigonometrikus és hiperbolikus függvények hatványsora, Euler formula, az exponenciális és logaritmus függvény, logaritmus reguláris ága)

4. Komplex vonalintegrál

(Az integrál definíciója, tulajdonságai, helyettesítéses integrál, Newton-Leibniz formula.)

5. Primitív függvény, Goursat lemma

(Gyenge Cauchy tétel, $1/(z - b)$ körintegrálja. Primitív függvény definíciója, ekvivalens jellemzése, primitív függvény konvex ill. *-szerű tartományon, Goursat lemma, Cauchy tétel *-szerű tartományokon.)

6. Cauchy integrálformula

(Goursat lemma általánosítása, Cauchy formula körlapon, csillagszerű tartományon)

7. Görbe indexe

(Görbe indexe, az index tulajdonságai, logaritmus reguláris ága konvex, ill *-szerű tartományon, zérusmentes holomorf függvény holomorf logaritmus egyszerűen összefüggő tartományon, folytonos görbén vett vonalintegrál, Cauchy tétel homotopikus változatai.)

8. Hatványsorba fejtés

(Hatványsorba fejtés tétele, Cauchy integrálformula egyszerűen összefüggő tartományon holomorf függvényre és a deriváltakra.)

9. Hatványsorba fejtés alkalmazásai

(Morera tétel, végtelen rendben eltűnő függvény, unicitási tétel, Taylor sorok.)

10. Maximum elv, alkalmazások

(Maximum elv 2 változata, Schwarz lemma, Cauchy becslés, Liouville tétel, algebra alaptétele, polinomok jellemzése a növekedés rendjével.)

11. Laurent sorok

(Laurent sorok definíciója, konvergenciája, holomorfitása, Cauchy-tétel és formula körgyűrűre, Laurent sorba fejtés tétele.)

12. Izolált szingularitások

(Izolált szingularitások osztályozása, megszüntethető és pólus szingularitások ekvivalens jellemzése, Casorati-Weierstrass tétel, viselkedés a végtelenben, nagy Picard tétel [biz. nélkül], kis Picard tétel.)

13. Reziduum tétel

(Zárt görbe belseje, külseje, nullhomológ görbe, általános Cauchy tétel (biz. nélkül), reziduum fogalma, reziduum tétel, reziduum formula, reziduum kiszámolása pólusban.)

14. A reziduum tétel alkalmazásai I

(Improprius integrálok kiszámítása, sorok összegzése a $\pi \cot \pi z$ függvény segítségével.)

15. A reziduum tétel alkalmazásai II

(Argumentum elv, nyílt leképezés tétele, lokális értékeloslás, Rouché tétele)

16. Lineáris törtfüggvények

(Konformitás, lineáris törtfüggvények definíciója, tulajdonságai, elemi lineáris törtfüggvények, kettősviszony, szimmetria, a körlap automorfizmusai.)

17. Tükrözési elv

(Konkrét példák konform leképezésekre, Caratheodory tétele (biz. nélkül), Schwarz lemmája görbe menti szingularitás megszüntetéséről, tükrözési elv).

18. Harmonikus függvények

(Harmonikus és holomorf függvények kapcsolata, unicitástétel, középérték tulajdonság, maximum elv, Poisson formula, a Poisson mag különféle alakjai.)

19. Schwarz tétele (Dirichlet feladat, Schwarz tétel)