

ALK. MAT. ANALÍZIS 3
vizsgatételek¹

1. Függvénysorozatok és függvénysorok. Példák. Pontonkénti és egyenletes konvergencia. Cauchy kritérium. Weierstrass kritérium, M_n -teszt.
2. Egyenletes konvergencia és határátmenet, egyenletes konvergencia és integrálás (függvénysorozatok és függvénysorok).
3. Differenciálás és egyenletes konvergencia (függvénysorozatok és függvénysorok).
4. Hatványsorok. Abel lemma, konvergenciasugár, konvergenciatartomány, példák.
5. Derivált sor konvergenciasugara. Tagonkénti differenciálás. Abel folytonossági tétele. Tagonkénti integrálás. $\arctg(x)$ sora.
6. Taylor sorok. Taylor-formula Lagrange maradéktaggal, analitikus függvények.
7. Sorfejtések alkalmazásai. Binomiális sor. Hibabecslések Leibniz típusú soroknál.
8. Numerikus integrálás. Határérték kiszámolása, differenciálegyenlet megoldása hatványsorokkal.
9. Derékszögű-, polár-, henger-, gömbi koordináták, skaláris, vektoriális és vegyszorzat. n -dimenziós euklideszi tér. Cauchy-Schwarz-Bunyakovszkij egyenlőtlenség, euklideszi távolság.
10. Topologikus alapfogalmak (belső pont, határpont, külső pont, torlódási pont, izolált pont, nyílt halmaz, zárt halmaz), függvények határértéke, folytonossága \mathbb{R}^n -ben.
11. Ponsorozatok konvergenciája. Bolzano-Weierstrass tétel \mathbb{R}^n -ben. Átviteli elv, korlátos, zárt halmazon folytonos függvények.
12. Parciális derivált, lokális szélsőértékek, lineáris funkcionál, többváltozós függvények deriváltja.
13. Gradiens. Iránymenti derivált. Folytonos differenciálhatóság.
14. Lagrange-féle középértéktétel, Lagrange-féle becslés.
15. Magasabbrendű deriváltak. Young tétel.
16. Taylor formula integrálos maradéktaggal. Többváltozós Taylor-formula.
17. Kvadratikus alakok, Hesse-féle mátrix. Szélsőértékkeresés. Szükséges és elégséges feltételek lokális szélsőérték helyek létezésére. Kvadratikus alakok definit-sége. $n = 2$ esete.
18. Lineáris transzformációk, norma, leképezések folytonossága, egyenletes folytonossága.
19. Leképezések deriváltja, Jacobi mátrix. Láncszabály, példák.
20. Szintvonalak. Szint-hiperfelületek. Szinhalmaz érintőtere, gradiens és szint-hiperfelületek.
21. Feltételes szélsőérték. Lagrange multiplikátor tétel egy feltétel esetén. Példa.
22. Lagrange multiplikátor tétel több feltétel esetén. Példa. Szimmetrikus mátrixok főtengeteltétele. Szélsőérték-keresés korlátos zárt halmazon értelmezett függvényekre. Példa.
23. Implicit függvények. Implicit differenciálás.

¹A következő oldalon folytatódik

24. Vektormezők I. Gradiens mező, potenciálfüggvény, trajektória, nabla operátor, vektormező divergenciája.

25. Vektormezők II. Rotáció, merev test tengely körüli forgása és folyadék sebességmezője rotációjának interpretálása, gradiens mező örvénymentessége, $\operatorname{div}(\operatorname{rot}F)$, Laplace operátor. További vektoranalízis azonosságok.

26. A területi integrál definíciója téglalapon. Folytonos és korlátos függvények integrálhatósága.

27. Az integrál alaptulajdonságai. Fubini tétel. Példák. Integrálás definíciója tégláknál bonyolultabb halmazokon.

28. Fubini tétele téglalapon integrálható függvényekre. Integrálás normáltartományokon. Integrálbecslés. Közéértéktétel normáltartományokon.

29. Az integráltranszformáció tétele a síkon (bizonyítás nélkül). Példa. A polárkoordinátás helyettesítés. $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = ?$.

30. A hármas integrál definíciója téglatesten. Lebontási (Fubini) tétel három dimenzióban. Normáltartományok. Példa.

31. Térfogati integrál transzformációja (a transzformációs tételt nem kell bizonyítani). Henger és gömbi koordinátás helyettesítés. Példa. Inhomogén lemez tömege, súlypontja. Példák.

32. Szakaszonként sima görbék. Tartományok. Görbék hossza.

33. Vonalintegrálok definíciója, elemi tulajdonságai. Átparaméterezés. Potenciálfüggvény. Newton-Leibniz formula vonalintegrálokra.

34. Konzervatív vektormezők. Potenciálfüggvény létezésére vonatkozó szükséges és elégséges feltételek. Potenciálfüggvény keresése. A Green tétel területszámításra való alkalmazása. Az ellipszis területe.

35. Green tétele normáltartományon, ill. normáltartományokra felbontható tartományon. A Green tétel vektoriális alakja.

A vizsgán mindenki egy beugró (rutin) feladatot és két tételt kap.