Többváltozós komplex függvények

vizsgatételek

2017 ősz

A vizsgán az előadáson elhangzott részletességgel kell ismerniük az ott elhangzott tételeket, fogalmakat, definíciókat, bizonyításokat. A vizsgán mindenki egy tételt és egy feladatot kap.

1) Komplex deriválhatóság n-dimenzióban ($\mathbb{R}$ és $\mathbb{C}$ lineáris funkcionálok, komplex deriválhatóság definíciója, komplex parciális derivált, szükséges és elégséges feltétel a $\mathbb{C}$ deriválhatósághoz, Cauchy integrálformula policilinderre, magasabbrendű deriválhatóság, hatványsorba fejtés, Cauchy becslés, unicitási tétel, maximum elv, Liouville tétel.)

2) Hatványsorok (példák, Reinhardt tartomány, Reinhardt diagramm, Abel lemma, hatványsorok konvergenciatartománya, logaritmikus konvexitás. Konvergenciatartományok ekvivalens jellemzése.

3) Hartogs kiterjesztési tételei ($0 < r_j < R_j$, $r = (r_1, \dots, r_n)$, $R = (R_1, \dots, R_n)$, $D = \Delta(0, R) \setminus \overline{\Delta}(0, r)$. Minden D-n holomorf függvény holomorfan kiterjed $D = \Delta(0, R)$-re. Következmények. Minden $\Omega = \Omega_{A,B} \setminus \overline{\Omega}_{a,b}$-n holomorf függvény holomorfan kiterjed $\Omega_{A,B}$-re.

4) Holomorfiatartományok (Holomorf bővítés, függvény egzisztenciatartománya, holomorfiatartomány, sorompó pont, tétel sorompópontokból álló halmazban szimultán nem korlátos függvényekről, következmények.)

5) Holomorf konvexitás (Holomorfan konvex burok, holomorf konvexitás, Cartan-Thullen I és II tétel, holomorf konvexitás ekvivalens jellemzései.)

6) Holomorf leképezések (Definíció, elemi tulajdonságok, biholomorfizmusok, a holomorf konvexitás biholomorf invariáns, $\mathrm{Aut}(\mathbb{C}^n)$, indicatrix, Poincaré tétele, Cartan tétele szorzattartományok biholomorfizmusairól, Cartan unicitási tétele, következmény.)

7) Inhomogén Cauchy-Riemann egyenlet, $n = 1$. (Green tétel komplex alakja, Pompeiu tétele, Dolbeault-Grothendieck tétel, inhomogén CR egyenlet megoldható $\mathbb{C}$-n.)

8) Inhomogén Cauchy-Riemann egyenlet, $n > 1$. (Compatibilitás, Ehrenpreis tétele, Hartogs tétele a kompakt szingularitások megszüntethetőségéről.)

9) $H^{0,1}(D)$ Dolbeault kohomológiacsoportok, Dolbeault tétele: $H^{0,1}(\mathbb{C}^2) = 0$, példa: $H^{0,1}(\mathbb{C}^2 \setminus \{(0, 0)\} \neq 0$.

10) Hipersík metszeten adott függvény holomorf kiterjesztése, Cartan tétele $\mathbb{C}^2$-beli tartományokra: $H^{0,1}(D) = 0$-ból következik, hogy D holomorfitási tartomány.

11) $H^{0,q}(D)$ Dolbeault kohomológiacsoportok, Serre feltétel, Serre tétel.

12) Hartogs tétele parciálisan holomorf függvényekről.