

Többszörös komplex függvények

vizsgatematika

2019 ősz

A vizsga írásbeli, a mintavizsgálathoz hasonló lesz. A vizsgán az előadáson elhangzott részletességgel kell ismerniük az ott elhangzott tételeket, fogalmakat, definíciókat, bizonyításokat. Gondosan olvassák el és igyekezzenek megoldani a menet közben adott feladatokat is. Ha segítségre van szükségük, írjanak emailt, ill ha jelzik, hogy szükséges, tartunk konzultációt a vizsga előtt egy-két nappal.

Tematika: Komplex változójú függvények, leképezések deriválhatósága n -dimenzióban, komplex parciális derivált, Jacobi mátrix komplexben, szükséges és elégséges feltétel a \mathbb{C} deriválhatósághoz, Cauchy integrálformula polidiszkreterre, magasabbrendű deriválhatóság, hatványsorba fejtés, Cauchy becslés, unicitási tétel, maximum elv, Liouville tétel, Hartogs alakzat, Hartogs tétele a Hartogs alakzaton holomorf függvény kiterjeszhetőségéről, Hartogs tétele az izolált szingularitások megszüntethetőségéről.

Többszörös hatványsorok, példák, Reinhardt tartomány, Reinhardt diagramm, Abel lemma, hatványsorok konvergenciatartománya, logaritmus konvexitás. Konvergenciatartományok ekvivalens jellemzése. Holomorf bővítés, egzisztenciatartomány, holomorfiatartomány, tétel sorompópontokból álló halmazban szimultán nem-korlátos függvényekről, következmények. Holomorf konvexitás, holomorfan konvex burok, Cartan-Thullen I és II tétel, holomorf konvexitás ekvivalens jellemzései. Polinomiális konvexitás, Runge tétel, polinomiális burok, példák, Kallin tétele.

Biholomorfizmusok, a holomorf konvexitás biholomorf invarianciája, $\text{Aut}(\mathbb{C}^n)$, indikatrix, Poincaré tétele, Cartan tétele szorzattartományok biholomorfizmusairól, Cartan unicitási tétele, következménye. Inhomogén Cauchy-Riemann egyenlet 1-dimenzióban, Green tétel komplex alakja, Pompeiu tétele, Dolbeault-Grothendieck tétel, inhomogén CR egyenlet megoldható \mathbb{C} -n, Grothendieck tétele. Inhomogén Cauchy-Riemann egyenletek többdimenzióban, Ehrenpreis tétele, Hartogs tétele a kompakt szingularitások megszüntethetőségéről. $H^{0,1}(D)$ Dolbeault kohomológiasorozat, Dolbeault tétele: $H^{0,1}(\mathbb{C}^2) = 0$, példa:

$H^{0,1}(\mathbb{C}^2 \setminus \{(0,0)\}) \neq 0$. Hipersík metszeten adott holomorf függvény holomorf kiterjesztése, Cartan tétele \mathbb{C}^2 -beli tartományokra: $H^{0,1}(D) = 0$ -ból következik, hogy D holomorfitási tartomány. Hartogs tétele parciálisan holomorf függvényekről.