

ANALÍZIS I. VIZSGA

MATEMATIKA BSC, KÖZÉPSZINT
2010. JANUÁR 12.

Név:

A vizsgán semmilyen segédeszköz nem használható, mobiltelefonok csak kikapcsolt állapotban hozhatóak be. A szabályok elleni vétség elégtelen vizsgával jár. A vizsga 110 perc.

1. Mit jelent, hogy a racionális számok „sűrűn” helyezkednek el a számegyenesen? Mondja ki és igazolja a megfelelő állítást! A valós számoknak melyik lényeges tulajdonságát használtuk ki és hogyan? (11 pont)
2. Hogyan vezettük be (pozitív) valós számok *valós kitevős* hatványait? A racionális kitevős hatványokat és azok tulajdonságait tekintse ismertnek! Írja le a legfontosabb lépéseket, és az utolsó két állítást igazolja is! (18 pont)
3. Definiálja a sorozat konvergenciájának és sorozat végtelen határértékének fogalmát! Írja fel azokat a táblázatokat, melyek a sorozathatárérték és műveletek kapcsolatát foglalják össze! (14 pont)
4. Mi lehet a (q^n) sorozat határértéke, q értékétől függően? Igazolja az egyes állításokat! Milyen tétel(ek)e)t használtunk a bizonyításhoz? (12 pont)
5. Határozza meg és vezesse le a $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ határérték ismeretében a következő függvényhatárértéket! Pontosan indokoljon, hol milyen tételt használ és miért szabad azt a tételt használni! (10 pont)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x}$$

6. Mondja ki és bizonyítsa be a Bolzano-Darboux-tételt! (5+12 pont)
7. Mondja ki az alábbiakat!
 - (a) Függvényhatárérték definíciója és az ott használt fogalma(k) (7 pont)
 - (b) Weierstrass-tétele folytonos függvényről (5 pont)
 - (c) Végtelen numerikus sor és a sor konvergenciájának definíciója (6 pont)

A dolgozat 100 pontot ér. 40– 2, 53– 3, 70– 4, 83– 5.