

ANALÍZIS I. VIZSGA

MATEMATIKA BSC, KÖZÉPSZINT
2010. JANUÁR 19.

Név:

A vizsgán semmilyen segédeszköz nem használható, mobiltelefonok csak kikapcsolt állapotban hozhatóak be. A szabályok elleni vétség elégtelen vizsgával jár. A vizsga 110 perc.

1. Hogyan vezettük be (pozitív) valós számok *valós kitevős* hatványait? A racionális kitevős hatványokat és azok tulajdonságait tekintse ismertnek! Írja le a legfontosabb lépéseket, és az utolsó két állítást igazolja is! (18 pont)
2. Mondja ki a részsorozat definícióját! Mutasson példát egy konkrét sorozat részsorozatára! Mi a kapcsolat a részsorozat és a sorozathatárérték között? Mondja ki és igazolja az állításokat! (14 pont)
3. Definiálja a Cauchy-sorozat fogalmát! Mondja ki és igazolja a sorozat konvergenciájára vonatkozó Cauchy-kritériumot! (4+16 pont)
4. Mi lehet a (q^n) sorozat határértéke, q értékétől függően? Igazolja az egyes állításokat! Milyen tétel(ek)e)t használtunk a bizonyításhoz? (12 pont)
5. Határozza meg és vezesse le a $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$ határérték ismeretében a következő függvényhatárértéket! Pontosan indokoljon, hol milyen tételt használ és miért szabad azt a tételt használni! (10 pont)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^p \log_c x \quad (p, c > 0, c \neq 1)$$

6. Definiálja egy függvény invertálhatóságának és inverzének fogalmát! Mondja ki a folytonos függvény inverzéről tanult állítást! (3+5 pont)
7. Mondja ki az alábbiakat!
 - (a) Szakadási helyek típusainak definíciója (6 pont)
 - (b) D’Alambert-féle kritérium (6 pont)
 - (c) Végtelen numerikus sor és a sor konvergenciájának definíciója (6 pont)

A dolgozat 100 pontot ér. 40– 2, 53– 3, 70– 4, 83– 5.