

KÖZÉPSZINT

Matematika BSc Analízis próbazárthelyi, 2009. december 4.

Számítsuk ki az alábbi határértékeket!

1. (6 pont)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x+1}} - \sqrt{x - \sqrt{x+1}} \right)$$

2. (6 pont)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh^2 x}{\cos 3x - 1}$$

3. (6 pont)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^{2x} + b^{2x}}{a^x + b^x} \right)^{\frac{1}{x}} \quad (a, b > 0)$$

Konvergensek-e a következő végtelen sorok?

4. (6 pont)

$$\sum \frac{\binom{2n}{n}}{\binom{3n}{n}}$$

5. (6 pont)

$$\sum \frac{n^3(\sqrt{2} + 1)^n}{3^n}$$

6. (6 pont)

$$\sum \frac{1}{\ln^2 n}$$

7. Mely pontokban folytonos a következő, \mathbb{R} -en értelmezett f függvény? (8 pont)

$$f(x) := \begin{cases} \sin |x|, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$$

8. Van-e megoldása az (6 pont)

$$\ln x = (x - 3)^3$$

egyenletnek a $(0, 5)$ intervallumon?