

ELTE Matematikatanári mesterszak

Modulzáró vizsga kérdései 2010

A modulzáró vizsga célja annak ellenőrzése, hogy a tanárjelölt a középiskolai matematikaoktatáshoz szükséges biztos szakmai háttérnek birtokában van-e. A vizsgán a jelölt először egy emelt szintű érettségi jellegű és nehézségű feladatot kap, majd az alábbi tételek egyike kapcsán ad számot tudásáról és a tétel iskolai tanítási vonatkozásairól. A tételek nem feltétlenül maradnak az egyes tantárgyak határain belül, például a 4. tételhez értelemszerűen kapcsolódnak a komplex számok, trigonometrikus alakjuk, geometriai vonatkozásaik, illetve a vektortér fogalma, az 5. tételhez a csoportok stb. A vizsga tehát a fenti szempontok alapján történő átfogó jellegű számonkérés az alábbi témakörökből.

1. Számelmélet és klasszikus algebra

A számelmélet alaptétele egész számokra és polinomokra. Kongruenciák, diofantikus egyenletek, nevezetes problémák. Algebrai egyenletek, lineáris egyenletrendszerek.

2. Algebrai struktúrák

Test, gyűrű, csoport, vektortér. Példák, alkalmazások (elsősorban a középiskolai matematikaanyaghoz kapcsolódóan).

3. Szintetikus geometria

A háromszög nevezetes vonalai és pontjai, speciális négyszögek. Konvex poliéderek. Terület, kerület, térfogat, felszín. Geometriai szerkesztések, nevezetes szerkesztési problémák.

4. Koordinátageometria

Vektorműveletek, a sík és a tér koordinátázása. Szögfüggvények. Vektorok skaláris és vektoriális szorzata. Alakzatok egyenletei. Kúpszeletek.

5. Transzformációcsoportok, nemeuklideszi geometriák

Egybevágósági, hasonlósági és affín transzformációk. Az euklideszi sík kibővítésével nyert projektív sík, homogén koordináták, kollineációk. Kitekintés a Bolyai-féle geometriára.

6. Számfogalom, határérték, folytonosság

Valós és komplex számok, hatványozás, gyökvonás. Számsorozatok, konvergencia. Függvények határértéke és folytonossága. Elemi függvények és tulajdonságaik.

7. Differenciál- és integrálszámítás

Differenciálszámítás. Függvényvizsgálat, szélsőértékek. Primitív függvény, integrálszámítás. Alkalmazások (pl. területszámítás).

8. Kombinatorika és valószínűségszámítás

Leszámlálási eljárások és alkalmazásuk klasszikus valószínűségszámítási feladatokban. Valószínűségi változó, eloszlások, várható érték, szórás. Nagy számok törvénye, statisztikai alkalmazások. Gráfelméleti alapfogalmak.

ELTE Matematikatanári mesterszak
Mintafeladatok a modulzáró vizsgához 2010

Az alábbi feladatokhoz hasonló jellegű és nehézségű feladatok várhatók a modulzáró vizsgán. Ezek a középiskolai anyag különböző területeit ölelik fel, megoldásukhoz az anyag és az alapvető módszerek biztos ismerete szükséges, de extra ötletet nem igényelnek.

1. Lehet-e egy négyzetszám 3-mal nagyobb, mint egy másik négyzetszám 7-szerese?
2. Milyen n egészekre egyszerűsíthető az $(n^2 + 5)/(n + 3)$ tört, és mennyivel?
3. Adjuk meg számológép nélkül $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ pontos értékét egyszerűbb alakban.
4. Oldjuk meg az $xy = 4$, $\log_2 x \cdot \log_2 y = 3$ egyenletrendszert.
5. Négy különböző pozitív számjegy felhasználásával elkészítettük az összes olyan négyjegyű számot, amelyben a számjegyek mind különbözők. Ezeknek a négyjegyű számoknak 186648 az összegük. Melyek lehettek a kiinduló számjegyek?
6. Egy tíztagú számtani sorozat páros indexű tagjainak az összege a páratlan indexű tagok összegének a kétszerese. Mennyi a sorozat 4. tagja?
7. Igazoljuk, hogy az a , b , c oldalhosszúságú háromszög akkor és csak akkor egyenlő szárú, ha $\frac{c-b}{a} + \frac{a-c}{b} + \frac{b-a}{c} = 0$.
8. Adott a szokásos térbeli koordinátarendszerben a $(3, 2, -1)$ és $(-2, 1, 3)$ vektor. Mennyi a hajlásszögük, és mennyi az általuk kifeszített paralelogramma területe? (Oldjuk meg a feladatot a skaláris, illetve vektoriális szorzás segítségével.)
9. Az $ABCD$ trapéz AB és CD oldalai párhuzamosak, az AC és BD átlók metszéspontja M , az ABM háromszög területe 9, a CDM háromszög területe 4. Mennyi a trapéz területe?
10. Szerkesszünk háromszöget, ha adott a három súlyvonala.
11. Mely pontokban lesz az $y = 2 + x - x^2$ görbe érintője párhuzamos az első síknegyed szögfelezőjével? (Oldjuk meg a feladatot differenciálszámítás nélkül is.)
12. Az egységnyi területű paralelogrammák közül melyikben lesz a legkisebb a két átló összege?
13. Mennyi $3 \sin x + 4 \cos x$ maximuma? (Oldjuk meg differenciálszámítás nélkül is.)
14. Egy a oldalú négyzet alakú fémlemezről a négy sarka levágásával (felül nyitott) dobozt hajtogatunk. Mekkora az elérhető maximális térfogat? (Oldjuk meg differenciálszámítás nélkül is.)
15. Egy egységnyi sugarú félgömb köré kúpot akarunk tenni a lehető legkisebb térfogattal úgy, hogy az alapjuk ugyanazon a síkon legyen. Milyenek legyenek a kúp méretei? (Oldjuk meg differenciálszámítás nélkül is.)
16. Mennyi az $y = \sin x$ és $y = \cos x$ függvénygörbék $\pi/4 \leq x \leq \pi/2$ része, valamint az $x = \pi/2$ egyenes által határolt terület?

17. Vizsgáljuk meg, hogy az alábbi sorozatok növekvőek, csökkenőek, korlátosak, ill. konvergensek-e? (a) $\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n}$; (b) $(n^2 + n + 1)/(n^2 + 1)$.
18. Számítsuk ki: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{5x^2 - x - 4}$.
19. Minek nagyobb a valószínűsége: két kockával legalább egy hatost dobni, vagy négy kockával legalább két hatost dobni?
20. Egy kalapban 5 fehér, 4 sárga és 1 piros golyó van. Ebből hármat húzunk visszatevés nélkül. Mennyi a valószínűsége, hogy (a) mindhárom golyó fehér; (b) mindhárom golyó más színű?
21. Egy társaságban mindenki ismeri a többiek legalább felét (az ismeretség kölcsönös). Lehet-e a társaságot két olyan részre bontani, hogy az egyik csoport egyetlen tagja sem ismeri a másik csoport egyetlen tagját sem?

A gyakorláshoz ajánlott további feladatok:

- (A) Az eddigi emelt szintű érettségi feladatok megtalálhatók a www.oh.gov.hu honlapon: Közoktatás → Érettségi vizsgák → Korábbi érettségi vizsgák feladatai → Itt év, matematika és emelt szint szerint lehet keresni.
- (B) Készüljünk az érettségire matematikából emelt szinten, Műszaki Könyvkiadó 2005.
- (C) KöMaL: Emelt szintű gyakorló feladatok, K és C pontverseny feladatai (a legtöbb számban).
- (D) Régebbi felvételi és felvételi jellegű feladatok: Scharnitzky Viktor által szerkesztett könyvek, valamint Rábai Imre feladatgyűjteményei.