

ANALÍZIS TEMATIKA

METEOROLÓGUS MSC
2010/2011. ŐSZI FÉLÉV

Tudnivalók a vizsgáról: A vizsga szóbeli. A tematikában felsorolt témakörökhöz tartozó tételek/állítások bizonyításai közül csak azokat kell tudni, amelyeket alább jelzem.

A zárójelben lévő témakörök nem önálló vizsgakérdések, csak a tananyag előzményeihez tartoznak, így tudásuk feltétele a sikeres vizsgának, továbbá bármelyik vizsgakérdésnél szóba kerülhetnek.

Minden vizsgázó kap egy tételt, melynek a bizonyítását is tudni kell. Ezen kívül kap még egy vizsgakérdést a többi témakör valamelyikéből.

Minden vizsganap előtti nap délelőtt 11 órától tartok konzultációt – amennyiben ezt előzetesen e-mailben kérik (seszter@cs.elte.hu).

1. Halmazok, a valós számtest

A halmazelmélet néhány axiómája. (Természetes számok, racionális számok.) Descartes-szorzat, rendezett pár. Relációk, ekvivalenciarelációk. Függvény mint reláció. Halmazok számossága. A valós számok bevezetése, felső határ axióma.

2. Számsorozatok

(Konvergencia és végtelen határérték fogalma. Konvergencia és műveletek/rendezés.) Monoton sorozat határértéke (*bizonyítással*). Részsorozat. Bolzano-Weierstrass tétel (*bizonyítással*). Cauchy-sorozat, Cauchy-kritérium. Egymásba skatulyázott zárt intervallumok tétele, Cantor-féle közosponttétele (*bizonyítással*). Parciális limesz.

3. Függvények folytonossága és határértéke

(Folytonosság és határérték fogalma. Kapcsolat a függvényműveletekkel.) Bolzano-tétel (*bizonyítással*). Weierstrass-tétel (*bizonyítással*). Inverz függvény folytonossága.

4. Függvények differenciálhatósága

(Differenciálhatóság fogalma. Kapcsolat a függvényműveletekkel.) Közéértéktételek: Rolle, Cauchy, Lagrange, Darboux (*bizonyítással*). (Lokális szélsőérték, monotonitás és derivált kapcsolata. Konvexitás és derivált kapcsolata.)

5. Riemann-integrál, primitív függvény

(Darboux-féle bevezetés.) Oszcillációs összeg és integrálhatóság kapcsolata. Folytonos függvények integrálhatósága. (Integrál tulajdonságai.) Integrálszámítás közéértéktétele (*bizonyítással*).

(Primitív függvény fogalma, tulajdonságai. Parciális és helyettesítéses integrálás.) Newton-Leibniz tétel (*bizonyítással*). Parciális és helyettesítéses integrálás Riemann-integrálra.

6. Többváltozós Riemann-integrál

A Jordan-mérték bevezetése \mathbb{R}^2 -en. Folytonos függvény grafikonjának mértéke (*bizonyítással*). A Jordan-mérhető halmazok tulajdonságai, halmazgyűrű fogalma. Halmazgyűrűn értelmezett additív függvények. Cantor-halmaz. Lebesgue-nullmértékű halmazok. A Lebesgue-mérték és a Riemann-integrálhatóság kapcsolata.

Kétdimenziós integrál Darboux-féle bevezetése. Integrál tulajdonságai. Integrál és téglalapon vett integrál kapcsolata (*bizonyítással*). Oszcillációs összeg és integrálhatóság kapcsolata. Folytonos függvények integrálhatósága. Integrál és Jordan-mérték kapcsolata.

Fubini-tétel. Normáltartományon vett integrál.

7. Lebesgue-integrál

Lépcsős függvények. A Riemann-integrálható függvények kapcsolata a lépcsős függvényekkel. A Riesz-féle kiterjesztési eljárás.