Operációkutatás I, 11. gyakorlat 2010. december 6.

1. Legyen P egy egyenlőtlenségekkel megadott csúcsos poliéder. Hogyan dönthetjük el algoritmikusan egy x pontról, hogy belső pontja-e P valamely két szomszédos csúcsát összekötő szakasznak?

2. Igazoljuk, hogy ha véges sok $\mathbb{R}^n$-beli poliéder közül bármely legfeljebb $n+1$ metszete nem üres, akkor az összes metszete sem üres.

3. Legyen $D=(V,E)$ irányított gráf és c egy élsúlyozás. Írd fel a Farkas Lemma segítségével, hogy mikor létezik olyan $\pi\colon V \to \mathbb{R}$, amelyre $c(uv) \geq \pi(v) - \pi(u)$ minden $uv \in E$ esetén.

4. Igazoljuk a dualitás-tételt az alábbi úton. Tegyük fel, hogy $Ax \leq b, x \geq 0$ és $yA \geq c, y \geq 0$ is megoldható. Vizsgáljuk az $Ax \leq b$, $yA \geq c$, $by - cx \leq 0$, x, $y \geq 0$ rendszer megoldhatóságát.

5. Mennyi $\min(2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4)$ a következő feltételek mellett:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_3 - x_4 &\geq 1 \\ x_2 - x_3 + x_4 &\geq 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0. \end{aligned}$$

   Használjunk grafikus megoldási módszert. Adjunk meg egy optimális x vektort.

6. **Beadandó.** Bizonyítsuk be, hogy egy $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ mátrixra és egy $b \in \mathbb{R}^n$ vektorra, ha $\nexists x : Ax \leq b$, akkor van $m+1$ sor, hogy az ezek által kijelölt A' részmátrixra és b' részvektorra $\nexists x : A'x \leq b'$.

Operációkutatás I, 11. gyakorlat 2010. december 6.

1. Legyen P egy egyenlőtlenségekkel megadott csúcsos poliéder. Hogyan dönthetjük el algoritmikusan egy x pontról, hogy belső pontja-e P valamely két szomszédos csúcsát összekötő szakasznak?

2. Igazoljuk, hogy ha véges sok $\mathbb{R}^n$-beli poliéder közül bármely legfeljebb $n+1$ metszete nem üres, akkor az összes metszete sem üres.

3. Legyen $D = (V, E)$ irányított gráf és c egy élsúlyozás. Írd fel a Farkas Lemma segítségével, hogy mikor létezik olyan $\pi\colon V \to \mathbb{R}$, amelyre $c(uv) \geq \pi(v) - \pi(u)$ minden $uv \in E$ esetén.

4. Igazoljuk a dualitás-tételt az alábbi úton. Tegyük fel, hogy $Ax \leq b, x \geq 0$ és $yA \geq c, y \geq 0$ is megoldható. Vizsgáljuk az $Ax \leq b$, $yA \geq c$, $by - cx \leq 0$, x, $y \geq 0$ rendszer megoldhatóságát.

5. Mennyi $\min(2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4)$ a következő feltételek mellett:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_3 - x_4 &\geq 1 \\ x_2 - x_3 + x_4 &\geq 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0. \end{aligned}$$

   Használjunk grafikus megoldási módszert. Adjunk meg egy optimális x vektort.

6. **Beadandó.** Bizonyítsuk be, hogy egy $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ mátrixra és egy $b \in \mathbb{R}^n$ vektorra, ha $\nexists x : Ax \leq b$, akkor van $m+1$ sor, hogy az ezek által kijelölt A' részmátrixra és b' részvektorra $\nexists x : A'x \leq b'$.