Operációkutatás I, 11. gyakorlat 2011. december 7.

1. Írjuk fel az alábbi egyenlőtlenség-rendszer megoldhatóságának feltételét (Farkas-lemma):

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_3 + 4x_2 &= -1, \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 &\geq 0, \\ x_2, x_3 &\geq 0. \end{aligned}$$

2. Igazoljuk, hogy ha véges sok $\mathbb{R}^n$-beli poliéder közül bármely legfeljebb $n+1$ metszete nem üres, akkor az összes metszete sem üres.

3. Legyen $P = \{x : Ax \leq b\} \neq \emptyset$. Mutasd meg, hogy az első egyenlőtlenség pontosan akkor implicit egyenlőség ((azaz P minden pontja egyenlőséggel teljesíti), ha $\exists y \geq 0 : yA = 0, yb \leq 0, y_1 > 0$.

4. Bizonyítsd be Gordan tételét: akkor és csak akkor létezik x amire $Ax \ll 0$ (azaz Ax minden koordinátája negatív), ha nem létezik $y \neq 0$, amire $yA = 0$ és $y \geq 0$.

5. Írjuk fel a következő feladat duálisát:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &\leq 1 \\ -x_1 + x_2 + x_3 &= -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 &\geq 0 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \\ \min\ 2x_1 &+ 3x_3. \end{aligned}$$

Operációkutatás I, 11. gyakorlat 2011. december 7.

1. Írjuk fel az alábbi egyenlőtlenség-rendszer megoldhatóságának feltételét (Farkas-lemma):

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_3 + 4x_2 &= -1, \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 &\geq 0, \\ x_2, x_3 &\geq 0. \end{aligned}$$

2. Igazoljuk, hogy ha véges sok $\mathbb{R}^n$-beli poliéder közül bármely legfeljebb $n+1$ metszete nem üres, akkor az összes metszete sem üres.

3. Legyen $P = \{x : Ax \leq b\} \neq \emptyset$. Mutasd meg, hogy az első egyenlőtlenség pontosan akkor implicit egyenlőség (azaz P minden pontja egyenlőséggel teljesíti), ha $\exists y \geq 0 : yA = 0, yb \leq 0, y_1 > 0$.

4. Bizonyítsd be Gordan tételét: akkor és csak akkor létezik x amire $Ax \ll 0$ (azaz Ax minden koordinátája negatív), ha nem létezik $y \neq 0$, amire $yA = 0$ és $y \geq 0$.

5. Írjuk fel a következő feladat duálisát:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &\leq 1 \\ -x_1 + x_2 + x_3 &= -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 &\geq 0 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \\ \min\ 2x_1 &+ 3x_3. \end{aligned}$$