1. Adott egy $G = (V, E)$ gráf. Tekintsük azt a kétszemélyes játékot, ahol a játékosok felváltva jelölnek ki ismétlés nélkül egy-egy csúcsot a gráfból úgy, hogy az i-edik lépésben kijelölt v_i csúcsra $v_{i-1}v_i \in E$ (ha $i \geq 2$). Az veszít, aki nem tud lépni. Mutasd meg, hogy az első játékosnak pontosan akkor van nyerő stratégiája, ha G-ben nincs teljes párosítás.

2. Adott egy n pontú páros gráf, amiben nincs izolált pont. Mutasd meg, hogy a lefogó élhalmazok minimális elemszámának és a párosítások maximális elemszámának összege n, és adj algoritmust minimális elemszámú lefogó élhalmaz megtalálására. Igaz-e az egyenlőség nem-páros gráfban?

3. Adottak az I és I_k $(k = 1, \ldots, n)$ kompakt, nem elfajuló intervallumok a számegyenesen, amelyekre $I = \bigcup I_k$. Igazoljuk, hogy az I_k-k közül kiválasztható néhány páronként diszjunkt úgy, hogy összhosszuk legalább I hosszának fele legyen.

4. **Beadandó.** Adott egy $D = (V, A)$ irányított gráf. Készítsük el hozzá a következő páros gráfot: a ponthalmaza a V két diszjunkt példányát tartalmazza (V' és V'') és $u' \in V'$ és $v'' \in V''$ között akkor megy él, ha $uv \in A$. Bizonyítsd be, hogy V pontosan akkor fedhető le pontdiszjunkt D-beli irányított körökkel, ha a kapott páros gráfban van teljes párosítás.

Operációkutatás I, 5. gyakorlat 2011. október 12.

1. Adott egy $G = (V, E)$ gráf. Tekintsük azt a kétszemélyes játékot, ahol a játékosok felváltva jelölnek ki ismétlés nélkül egy-egy csúcsot a gráfból úgy, hogy az i-edik lépésben kijelölt v_i csúcsra $v_{i-1}v_i \in E$ (ha $i \geq 2$). Az veszít, aki nem tud lépni. Mutasd meg, hogy az első játékosnak pontosan akkor van nyerő stratégiája, ha G-ben nincs teljes párosítás.

2. Adott egy n pontú páros gráf, amiben nincs izolált pont. Mutasd meg, hogy a lefogó élhalmazok minimális elemszámának és a párosítások maximális elemszámának összege n, és adj algoritmust minimális elemszámú lefogó élhalmaz megtalálására. Igaz-e az egyenlőség nem-páros gráfban?

3. Adottak az I és I_k $(k = 1, \ldots, n)$ kompakt, nem elfajuló intervallumok a számegyenesen, amelyekre $I = \bigcup I_k$. Igazoljuk, hogy az I_k-k közül kiválasztható néhány páronként diszjunkt úgy, hogy összhosszuk legalább I hosszának fele legyen.

4. **Beadandó.** Adott egy $D = (V, A)$ irányított gráf. Készítsük el hozzá a következő páros gráfot: a ponthalmaza a V két diszjunkt példányát tartalmazza (V' és V'') és $u' \in V'$ és $v'' \in V''$ között akkor megy él, ha $uv \in A$. Bizonyítsd be, hogy V pontosan akkor fedhető le pontdiszjunkt D-beli irányított körökkel, ha a kapott páros gráfban van teljes párosítás.