

VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS ÉS STATISZTIKA VIZSGA

2011. december 29.

Tesztkérdések. A jó válasz betűjelét kérem a kérdések után következő táblázatba beírni! Jó válasz: 2 pont, rossz válasz: -1 pont. Egy kérdésre egy jó válasz van!

- Legyenek X és Y független valószínűségi változók, szórásuk: $D(X) = 2$, $D(Y) = 3$. Mennyi $D(2Y - X)$?
A: 4 **B:** $\sqrt{32}$ **C:** $\sqrt{40}$ **D:** 8 **E:** Más
- Legyen X exponenciális eloszlású, $\lambda = 3$ paraméterrel. Mennyi X eloszlásfüggvényének értéke az $x = 2$ helyen?
A: $1 - e^{-9}$ **B:** $1 - e^{-3}$ **C:** $2 - e^{-6}$ **D:** $1 + e^{-6}$ **E:** Más
- Legyen X olyan valószínűségi változó, melynek várható értéke 5, szórásnégyzete 1. A Csebisev egyenlőtlenség alapján hogyan becsülhetjük a $P(2 < X < 8)$ valószínűséget?
A: $\geq 8/9$ **B:** $\leq 1/9$ **C:** $\geq 2/3$ **D:** $\leq 1/3$ **E:** Más
- Legyen X binomiális eloszlású $n = 4$ renddel és $p = 1/4$ paraméterrel. Mennyi X szórásnégyzete?
A: 1 **B:** $3/4$ **C:** 0 **D:** $16/3$ **E:** Más
- Egy dobozban 2 piros és néhány fekete golyó van. Addig húzunk visszatevéssel a dobozból, amíg piros golyót nem kapunk. Ehhez átlagosan 3 húzásra van szükség. Hány darab fekete golyó van a dobozban?
A: 3 **B:** 4 **C:** 6 **D:** 8 **E:** Más
- Legyen az (X, Y) kétdimenziós vektorváltozó egyenletes eloszlású a $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$ csúcsokkal megadott négyzetben. Melyik állítás igaz?
A: X és Y független. **B:** X és Y korrelálatlan de nem független.
C: X és Y korrelációs együtthatója pozitív. **D:** X és Y korrelációs együtthatója negatív.
- Egy virágüzletbe egy óra alatt betérő vásárlók száma Poisson eloszlású. Tudjuk, hogy átlagosan három vevő van egy óra alatt. Mennyi az esélye annak, hogy a boltba egy óra alatt egyetlen vásárló sem tér be?
A: $3/e^3$ **B:** 0 **C:** $1/3$ **D:** $1/27$ **E:** Más
- Legyen A és B két esemény, melyekre $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$, $P(A \cap B) = 0.1$. Mennyi $P(A \cup B)$?
A: 0.4 **B:** 0.5 **C:** 0.6 **D:** 0.7 **E:** Más
- Legyen A, B, C teljes eseményrendszer. Az alábbiak közül melyik **hamis**?
A: $A \cap B = \emptyset$ **B:** $P(A) + P(B) + P(C) = 1$ **C:** $P(C|A) = P(C)$ **D:** $P(A|C) = 0$ **E:** Egyik sem
- Jelölje X , hogy 10 érmedobásból hány fej van. Milyen eloszlású X ?
A: egyenletes **B:** geometriai **C:** exponenciális **D:** binomiális **E:** Más
- Legyen X abszolút folytonos eloszlású, eloszlásfüggvénye F . Az alábbiak közül melyik **hamis**?
A: F folytonos **B:** $P(X \leq x) = F(x)$ **C:** F monoton növekvő **D:** $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$ **E:** Egyik sem
- Legyen X standard normális eloszlású. Mi X sűrűségfüggvényének képlete?
A: $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$ **B:** $\frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-x^2/2}$ **C:** $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x/2}$ **D:** $\frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-x/2}$ **E:** Más
- Legyen X és Y független, és mindkettő Poisson(2) eloszlású. Mennyi X és $X + Y$ kovarianciája?
A: 0 **B:** 1 **C:** 4 **D:** -1 **E:** Más
- Jelölje S_n n darab kockadobás összegét. Hová tart S_n/n sztochasztikusan, ha $n \rightarrow \infty$?
A: 0 **B:** 3 **C:** 3.5 **D:** ∞ **E:** Nem konvergens
- Legyen X egy megfigyelés a $(-a, a)$ intervallumon egyenletes eloszlásból. $H_0 : a = 3$, $H_1 : a = 4$. A következő próbát végezzük: ha $|X| > 2.5$, akkor elutasítjuk H_0 -t, egyébként elfogadjuk. Mekkora az elsőfajú hiba valószínűsége?
A: $1/6$ **B:** $5/6$ **C:** $3/8$ **D:** $5/8$ **E:** Más

16. Legyen $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ minta a Poisson(λ) eloszlásból, ahol $\lambda > 0$ ismeretlen paraméter. Melyik becsléssorozat konzisztens λ -ra?
A: $(X_1 + X_n)/2$ **B:** $1/\bar{X}$ **C:** X_1 **D:** \bar{X} **E:** Egyik sem
17. Legyen X_1, X_2, \dots, X_n exponenciális eloszlású minta, λ ismeretlen paraméter. Az alábbiak közül melyik a paraméter maximum likelihood becslése?
A: \bar{X} **B:** $n\bar{X}/(n-1)$ **C:** n/\bar{X} **D:** $1/\bar{X}$ **E:** Más
18. Normális eloszlásból van 10 elemű mintánk, se a várható értéket, se a szórást nem ismerjük. Azt a nullhipotézist vizsgáljuk, hogy a várható érték 22. Milyen eloszlású lesz a nullhipotézis mellett a próbat statisztika?
A: t_{21} **B:** t_{10} **C:** $F_{9,9}$ **D:** $N(0, 1)$ **E:** Más
19. Legyen A_1, A_2, A_3 teljes eseményrendszer. 30 kísérletből a három esemény gyakorisága rendre 6, 11, 13 lett. Azt a nullhipotézist szeretnénk ellenőrizni, hogy $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 1/3$. Mennyi a próbat statisztika értéke?
A: 0 **B:** 0.8 **C:** 2 **D:** 2.6 **E:** Más
20. Tekintsük a következő 5 elemű mintát: 0, 3, 4, 6, 10. Mennyi a tapasztalati eloszlásfüggvény értéke az $x = 7$ helyen?
A: 0.2 **B:** 0.4 **C:** 0.6 **D:** 0.8 **E:** Más

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	E	A	B	B	A	E	C	C	D	E	A	E	C	A	D	D	E	D	D

Kifejtendő kérdések, mindegyik 10 pont (külön lapon kérem kidolgozni).

- Mondja ki a teljes valószínűség tételét és a Bayes-tételt!
- Definiálja két valószínűségi változó függetlenségét! Mutassa be egy példán keresztül a konvolúció kiszámítását (a példa diszkrét vagy abszolút folytonos is lehet)!
- Definiálja a korrelációs együtthatót! Sorolja fel három tulajdonságát (pl. mennyi lehet az értéke, mi a kapcsolata a függetlenséggel, hogyan változik lineáris transzformáció hatására...)!
- Mutassa be, hogyan konstruálunk $1 - \alpha$ megbízhatóságú konfidenciaintervallumot a normális eloszlás várható értékére ismeretlen szórás esetén!